

# 基于改进LESO的四旋翼无人机模糊线性自抗扰控制方法

李壮举, 杜朋达\*, 王 宁

(北京建筑大学电气与信息工程学院, 北京 102627)

**摘要:** 四旋翼无人机系统具有参数不确定性及强耦合性的特点, 其飞行性能容易受到外部干扰而下降. 为了保证四旋翼无人机飞行的稳定性, 本文提出了一种基于改进线性扩张状态观测器(Linear Extended State Observer, LESO)的模糊线性自抗扰控制方法. 通过模糊算法自适应调节线性自抗扰控制器的参数, 基于Levant跟踪微分器跟踪四旋翼无人机位置及姿态角的二阶微分信号进而提取四旋翼无人机系统的总扰动, 使用总扰动偏差及偏差的微分作为输入的模糊控制器来优化LESO对总扰动的估计精度. 此外, 分析了LESO的收敛性及闭环系统的稳定性. 最后通过对比仿真验证了所提控制策略的有效性, 并从系统的控制信号, 动态响应能力和抗干扰能力等方面对控制方案的性能进行了定量分析.

**关键词:** 四旋翼无人机; 线性扩张状态观测器; 模糊控制; Levant跟踪微分器

**基金项目:** 国家自然科学基金(No.62371032, No.62103032)

**中图分类号:** TP273

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112(2024)09-3185-10

**电子学报 URL:** <http://www.ejournal.org.cn>

**DOI:** 10.12263/DZXB.20230854

## Fuzzy Linear Active Disturbance Rejection Control of a Quadrotor UAV via an Improved LESO

LI Zhuang-ju, DU Peng-da\*, WANG Ning

(School of Electrical and Information Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 102627, China)

**Abstract:** A quadrotor unmanned aerial vehicle (UAV) system is full of parameter uncertainties and strong couplings, and the performance of a quadrotor UAV is easily degraded by external disturbances. To ensure the flight stability of the quadrotor UAV, a fuzzy linear active disturbance rejection control based on an improved linear extended state observer (LESO) is proposed in this paper. Parameters of the linear active disturbance rejection control are adaptively adjusted by a fuzzy algorithm, and the second-order differential signal of position and attitude angle of the quadrotor UAV is extracted by a levant tracking differentiator, and then the total disturbance of the quadrotor UAV is extracted, the fuzzy controller takes the total disturbance deviation and its differential as input, thus optimizing the estimation accuracy of the LESO for the total disturbance. The convergence of the LESO and the stability of the closed-loop system are analyzed. Finally, the proposed control strategy is verified from the control signals, dynamic responses and of the robustness of the system.

**Key words:** a quadrotor UAV; linear extended state observer; fuzzy control; levant tracking differentiator

**Foundation Item(s):** National Natural Science Foundation of China (No.62371032, No.62103032)

### 1 引言

四旋翼无人机由于其具有结构简单, 成本低, 兼备良好的飞行能力及操作性从而在各个领域被广泛研究<sup>[1]</sup>. 凭借其独特的悬停和垂直起降能力, 已被广泛应用于诸多行业, 如军事侦察、攻击和救援任务<sup>[2]</sup>, 高压输电

线路巡检、农田灌溉及喷洒农药<sup>[3]</sup>、自然灾害紧急救援等<sup>[4]</sup>. 四旋翼无人机是典型的欠驱动、强耦合系统, 它具有六个自由度, 分别沿着三个坐标轴的平移及旋转运动, 但是只有四个控制输入<sup>[5]</sup>. 此外, 四旋翼无人机是非线性系统, 且对外部干扰高度敏感<sup>[6]</sup>. 为了保证四

旋翼无人机快速稳定地跟踪给定信号,提高无人机控制的响应速度和抗干扰能力具有重要的理论和实际应用价值.

传统的无人机控制方法采用串级比例积分微分(Proportion Integration Differentiation, PID)控制,外环控制无人机角度实现位置控制,内环控制无人机角速度实现姿态控制<sup>[7]</sup>. PID控制虽然不依赖于精确模型,且易于实现,但其存在响应延迟、抗干扰能力不强等缺点<sup>[8]</sup>. 由此产生了更多先进的四旋翼无人机控制方法,以满足对飞行性能日益增长的需求. 如反步控制,滑模控制,自适应控制,神经网络控制等. 但是对于一个复杂的非线性系统,反步控制算法的规模也会急剧增大<sup>[9]</sup>. 滑模控制对扰动具有很强的鲁棒性,但抖振问题难以避免<sup>[10]</sup>. 自适应控制依赖于系统的动态模型<sup>[11]</sup>. 神经网络控制收敛速度较慢<sup>[12]</sup>. 这些控制方法没有充分考虑无人机的内外部扰动,并且在性能和效率上都不是最优的<sup>[13]</sup>. 为了解决模型不确定性和内外部干扰等问题<sup>[14]</sup>,不依赖于精确模型且具有良好抗干扰能力的控制策略是当前四旋翼无人机控制的主要需求.

线性自抗扰控制(Linear Active Disturbance Rejection Control, LADRC)是一种新兴的控制方法,降低了对精确模型的依赖性<sup>[15]</sup>,通过线性扩张状态观测器(Linear Extended State Observer, LESO)对系统的总扰动实时估计,并通过控制律补偿实现对扰动的有效抑制<sup>[16]</sup>. 文献[17]采用双闭环LADRC实现无人机位置和姿态控制,通过仿真实验验证了所设计的控制器具有良好的抗干扰能力. 文献[18]提出了一种分数阶有源线性自抗扰控制策略,有效的抑制了系统参数不确定性和外部干扰产生的影响. 文献[19]提出了一种自适应复合自抗扰姿态控制器,解决了风扰、有效载荷扰动和螺旋桨故障扰动在无人机姿态控制中产生的问题. LADRC技术已经广泛应用于旋翼飞行器控制领域中,然而,在四旋翼无人机的飞行过程中,其飞行性能与LADRC的参数密切相关,而LADRC的参数调节是一个复杂的过程<sup>[20]</sup>. 为了简化参数调节过程,一种模糊控制器与LADRC相结合的控制方法被提出<sup>[21]</sup>,该控制方法将无人机的期望信号及输出信号的偏差及偏差变化率作为模糊控制器的输入量,通过模糊控制器自适应调节LADRC的参数,但其没有充分考虑观测器带宽在LESO估计系统总扰动中发挥的重要作用.

为了保证LESO在四旋翼无人机飞行过程中对于总扰动估计的准确性,确保无人机在未知扰动下具有良好的飞行性能,本文提出了一种优化的模糊线性自抗扰控制器(Fuzzy Linear Active Disturbance Rejection Controller, Fuzzy-LADRC),由LADRC控制四旋翼无人机的位置和姿态,根据系统的动态特性和扰动变化由

模糊控制器自适应调节LADRC的参数. 通过Levant跟踪微分器跟踪系统输出的二阶微分信号,提取系统总扰动作为模糊控制器的输入条件. 根据LESO对总扰动的估计作用,将总扰动偏差及偏差变化率作为修正观测器带宽参数的模糊控制器的输入,使模糊控制器对系统扰动变化响应更加灵敏从而快速地调整观测器带宽参数,从而改进了LESO对总扰动估计的准确性. 通过搭建仿真模型验证所设计方法,仿真结果表明,本文提出的控制方案能快速稳定地跟踪输入信号,并具有良好的抗干扰能力.

## 2 四旋翼无人机动力学模型

四旋翼无人机由四个独立旋转的旋翼和一个十字形机身组成,相对于飞行器中心对称的旋翼旋转方向相同. 假设四旋翼无人机是刚体结构,重心与中心重合. 四旋翼无人机坐标系定义如图1所示,其中地面坐标系表示为 $e$ ,机体坐标系表示为 $b$ .

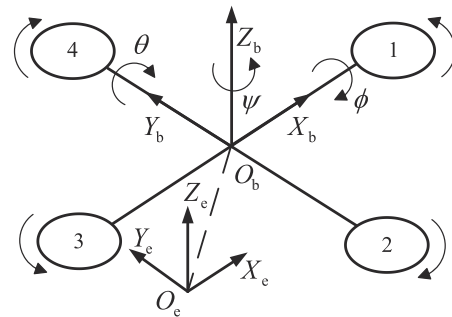


图1 四旋翼无人机飞行器结构图

四旋翼无人机具有六个通道,分别为空间中三个位置通道及三个姿态角通道<sup>[22]</sup>. 根据地面坐标系 $e$ 和机体坐标系 $b$ 之间的转换关系,引入旋转矩阵 $R$ . 在机体坐标系中,无人机总升力表示为:

$$\mathbf{G}_b = [G_x \ G_y \ G_z]^T = [0 \ 0 \ G]^T \quad (1)$$

其中,  $G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4$ , 四个旋翼产生的升力分别由  $G_1, G_2, G_3, G_4$  表示. 旋转矩阵 $R$ 可以表示为:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} C_\theta C_\phi & -C_\phi S_\psi + S_\psi S_\theta C_\phi & S_\phi S_\psi + C_\psi C_\theta C_\phi \\ C_\theta S_\phi & C_\phi C_\psi + S_\psi S_\theta S_\phi & -S_\phi C_\psi + S_\psi S_\theta C_\phi \\ -S_\theta & C_\theta S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

转换到地面坐标系下其所受升力表达式为:

$$\mathbf{G}_e = \mathbf{R}\mathbf{G}_b = \begin{bmatrix} S_\phi S_\psi + C_\psi S_\theta C_\phi \\ -S_\phi C_\psi + S_\psi S_\theta C_\phi \\ C_\theta C_\phi \end{bmatrix} G \quad (3)$$

四旋翼无人机系统的四个控制信号为  $U_1, U_2, U_3, U_4$ , 对应系统的控制信号,控制信号与四个旋翼产生的升力关系表达式如下:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/m & 1/m & 1/m & 1/m \\ -1/I_y & 1/I_y & 1/I_y & -1/I_y \\ -1/I_x & -1/I_x & 1/I_x & 1/I_x \\ -1/I_z & 1/I_z & -1/I_z & 1/I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \\ G_4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

根据牛顿-欧拉定律可以获得无人机动力学方程:

$$\begin{cases} \ddot{x} = (S_\theta C_\phi C_\psi + S_\phi S_\psi)U_1/m - f_k \dot{x}/m \\ \ddot{y} = (S_\theta C_\phi S_\psi - S_\phi C_\psi)U_1/m - f_k \dot{y}/m \\ \ddot{z} = C_\theta C_\phi U_1/m - f_k \dot{z}/m - g \\ \ddot{\theta} = U_3/I_y + (I_z - I_x)\dot{\phi}\dot{\psi}/I_y - f_k \dot{\theta}/I_y \\ \ddot{\phi} = U_2/I_x + (I_y - I_z)\dot{\theta}\dot{\psi}/I_x - f_k \dot{\phi}/I_x \\ \ddot{\psi} = U_4/I_z + (I_x - I_y)\dot{\theta}\dot{\phi}/I_z - f_k \dot{\psi}/I_z \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $x, y, z$  分别表示四旋翼无人机的位置,  $\theta, \phi, \psi$  分别表示四旋翼无人机的俯仰角、滚转角和偏航角,  $I_x, I_y, I_z$  分别是绕机体轴  $X_b, Y_b$  和  $Z_b$  的转动惯量,  $g$  为重力加速度,  $m$  为四旋翼质量,  $f_k$  为空气阻力系数。

### 3 控制器设计

四旋翼无人机系统可解耦为两个子系统, 外环为调节位置的位置子系统, 内环为调节姿态的姿态子系统. 将所提出的 Fuzzy-LADRC 同时应用于两个子系统. 四旋翼无人机控制结构如图 2 所示.

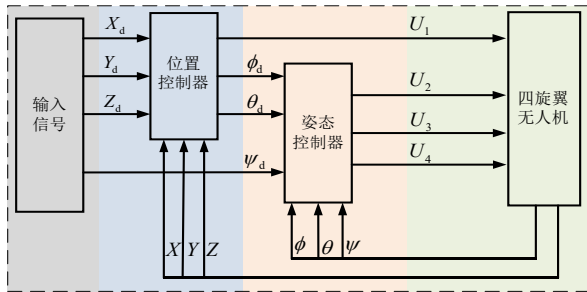


图 2 四旋翼无人机控制结构

#### 3.1 线性自抗扰控制原理

LADRC 由 LESO 及控制律两部分组成, 其核心思想是将内部扰动和外部未知扰动视为系统的总扰动<sup>[23]</sup>, 通过 LESO 可以实时估计总扰动, 并由控制律对总扰动进行补偿. 选取二阶系统如下:

$$\ddot{y}(t) = f(t) + b_0 u(t) \quad (6)$$

其中,  $u(t)$  是系统的控制信号,  $f(t)$  是系统的总扰动, 总扰动表达式如下:

$$f(t) = a_1 \dot{y}(t) - a_2 y(t) + \omega(t) + (b - b_0) u(t) \quad (7)$$

其中,  $\omega(t)$  是未知扰动,  $a_1$  和  $a_2$  是系统参数,  $b$  和  $b_0$  是控制输入增益的实际值和设定值. 假设总扰动  $f$  可微, 且微分形式为  $l$ , 则系统的状态方程表达式为:

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + Bu + El \\ y = Cx \end{cases} \quad (8)$$

其中矩阵  $A, B, C, E$  分别为:

$$\begin{cases} A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B = [0 \quad 1 \quad 0]^T \\ C = [1 \quad 0 \quad 0] \\ E = [0 \quad 0 \quad 1]^T \end{cases} \quad (9)$$

对应式(8)选取的三阶 LESO 形式为:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1(z_1 - y) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2(z_1 - y) + b_0 u \\ \dot{z}_3 = -\beta_3(z_1 - y) \end{cases} \quad (10)$$

式中 LESO 的  $z_1, z_2, z_3$  估计的分别为输出  $y$ , 输出导数  $\dot{y}$  以及总扰动  $f$ .  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  是 LESO 的误差反馈增益, 通过将所有特征值放置在观测带宽中来参数化观测增益<sup>[24]</sup>.

$$\lambda(s) = s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3 = (s + \omega_o)^3 \quad (11)$$

根据上式得到 LESO 带宽关系式为:

$$\begin{cases} \beta_1 = 3\omega_o \\ \beta_2 = 3\omega_o^2 \\ \beta_3 = \omega_o^3 \end{cases} \quad (12)$$

控制律设计为:

$$u = \frac{u_0 - z_3}{b_0} \quad (13)$$

假设 LESO 可以准确估计总扰动, 可以得到:

$$\dot{y} = u_0 \quad (14)$$

LADRC 采用 PD 控制律:

$$\ddot{y} = k_p r - k_p z_1 - k_d z_2 \quad (15)$$

通过极点配置得到控制器带宽参数关系式为:

$$\begin{cases} k_p = \omega_c^2 \\ k_d = 2\omega_c \end{cases} \quad (16)$$

对式(15)进行拉普拉斯变换得到系统的传递函数如下:

$$G(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{k_p}{s^2 + k_d s + k_p} = \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_c^2} \quad (17)$$

#### 3.2 模糊线性自抗扰控制器设计

LADRC 共有三个待调整参数, 即控制器带宽  $\omega_c$ 、观测器带宽  $\omega_o$  和参数  $b_0$ . 为了选取合适的 LADRC 参数, 在此引入模糊控制器, 先由经验设定好 LADRC 三个参数的初始值, 再根据三个参数对系统的不同影响<sup>[25]</sup>设计相应的模糊推理规则, 由模糊控制器计算出 LADRC 参数的修正值从而实现参数的自适应调节.

LESO 能否准确估计总扰动将直接影响系统的抗干扰能力, 调节 LESO 的估计效果的参数为观测器带宽  $\omega_o$ , 传统的模糊线性自抗扰控制器以设定值及输出值的偏差及偏差变化率作为三个参数的模糊控制器输

入,为了保证 LESO 对总扰动估计的精度及速度,本文优化了控制结构,将总扰动的偏差及偏差变化率作为修正观测器带宽  $\Delta\omega_o$  的模糊控制器的输入, Fuzzy-LADRC 控制结构图如图 3 所示:

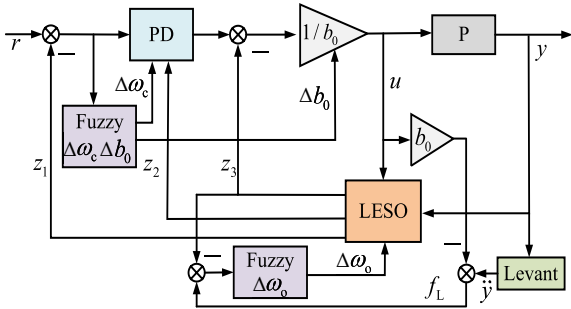


图 3 Fuzzy-LADRC 控制结构图

### 3.3 跟踪微分器

根据式(6)可知总扰动与控制信号和系统输出信号的二阶微分有关,而给定信号的真实微分信号提取是控制理论和工程中颇具挑战性的问题. Levant 跟踪微分器是一种新型的滑模跟踪微分器,其稳定性和准确性已在实际应用中得到证明,滑模控制的核心思想是将系统误差引入到滑动模式中,通过调整滑动模式的状态,使得系统误差被快速收敛到零<sup>[26]</sup>. Levant 跟踪微分器继承了滑模控制的许多优点,具有参数相对较少,结构简单的优点,能够保证在随机噪声环境中的信号跟踪与微分求取能力,同时对信号的测量误差具有较强的鲁棒性<sup>[27]</sup>,选取的 Levant 跟踪微分器算法<sup>[28]</sup>如下:

$$\begin{cases} v_0 = -\lambda_1 |c_0 - a(t)|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(c_0 - a(t)) + c_1 \\ v_1 = -\lambda_2 |c_1 - v_0|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(c_1 - v_0) + c_2 \\ v_2 = -\lambda_3 \text{sign}(c_2 - v_1) \\ \dot{c}_0 = v_0 \\ \dot{c}_1 = v_1 \\ \dot{c}_2 = v_2 \end{cases} \quad (18)$$

其中,  $a(t)$  为需要被微分的信号,  $c_0$  是  $a(t)$  的跟踪信号,  $c_1$  跟踪  $a(t)$  的一阶微分信号,  $c_2$  跟踪  $a(t)$  的二阶微分信号,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为跟踪微分器待调整的参数. 通过 Levant 跟踪四旋翼无人机输出的二阶微分信号可以计算出当前四旋翼无人机系统的总扰动:

$$f_L = c_1 - b_0 u \quad (19)$$

根据图 3 可知,将 Levant 跟踪微分器提取的系统总扰动  $f_L$  与 LESO 估计的系统总扰动  $z_3$  的偏差及偏差变化率作为修正带宽  $\Delta\omega_o$  的模糊控制器输入,可以保证 LESO 对系统总扰动变化的响应更加灵敏,从而提高其对扰动的估计精度.

### 3.4 模糊控制器设计

模糊控制器是一种基于模糊逻辑的控制器,它通过模糊规则来将模糊输入转换为模糊输出,模糊控制器能够处理系统的不确定性及复杂性的问题,适用于非线性、多变量、不确定性系统<sup>[29]</sup>. 本文中通过模糊控制器获得三个参数的修正值,其中三角形隶属度函数是模糊逻辑控制器中常用的一种隶属度函数,它的函数图像为三角形,由于三角形隶属度函数灵敏度高且运算简单,故输入输出均采用均匀分布三角形隶属度函数<sup>[30]</sup>,选取的模糊子集域为:负大(NB),负中(NM),负小(NS),零(ZO),正小(PS),正中(PM),正大(PB). 根据三个参数对控制效果的影响分别设计对应的模糊规则,模糊规则如表 1~3 所示,其中,  $e$  为系统输出误差,  $ec$  为系统输出误差变化率.

表 1 参数  $\Delta b_0$  模糊规则

		$ec$						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
$e$	NB	NB	NB	NM	NM	NS	ZO	ZO
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	ZO	ZO
	NS	NM	NM	NS	NS	ZO	ZO	PS
	ZO	NM	NS	NS	ZO	PS	PS	PM
	PS	NS	NS	ZO	PS	PM	PM	PB
	PM	ZO	ZO	PS	PM	PM	PB	PB
	PB	ZO	PS	PM	PM	PB	PB	PB

表 2 参数  $\Delta\omega_c$  模糊规则

		$ec$						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
$e$	NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
	NM	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
	NS	PM	PM	PS	PS	ZO	ZO	NS
	ZO	PM	PS	PS	ZO	NS	NS	NM
	PS	PS	ZO	ZO	NS	NM	NM	NM
	PM	ZO	ZO	NS	NM	NM	NB	NB
	PB	ZO	NS	NM	NM	NB	NB	NB

表 3 参数  $\Delta\omega_o$  模糊规则

		$ec$						
		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
$e$	NB	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
	NM	PB	PB	PM	PM	PS	ZO	ZO
	NS	PM	PM	PS	PS	PS	PS	NS
	ZO	PM	PS	PS	NB	NB	NB	NS
	PS	NS	NS	NS	NS	NS	NM	NM
	PM	PM	PM	PB	PB	PB	PB	PB
	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB	PB

通过模糊控制器对 LADRC 三个参数的修正作用,获得最终的 Fuzzy-LADRC 参数为:

$$\begin{cases} b_0 = b_{0in} + \Delta b_0 \\ \omega_c = \omega_{cin} + \Delta \omega_c \\ \omega_o = \omega_{oin} + \Delta \omega_o \end{cases} \quad (20)$$

其中,  $b_{0in}$ 、 $\omega_{cin}$ 、 $\omega_{oin}$  为根据经验预设的 LADRC 参数,  $\Delta b_0$ 、 $\Delta \omega_c$ 、 $\Delta \omega_o$  为模糊控制器计算的参数修正值.

### 4 稳定性分析

以俯仰角通道为例,验证了控制器的稳定性. 对于另外两个姿态通道和三个位置通道,采用了类似的证明方法. 将四旋翼无人机的外部扰动和内部耦合扰动视为总扰动. 俯仰通道的状态方程表达式为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = U_3/I_x - f_k x_2(t)/I_x + x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = l(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (21)$$

其中,  $x_1(t)$  表示俯仰角  $\theta$ ,  $x_2(t)$  表示俯仰角速度  $\dot{\theta}$ ,  $x_3(t)$  表示俯仰通道总扰动,  $l(t)$  表示俯仰通道总扰动的微分, 设计 LESO 表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = z_2(t) - 3(\omega_{oin} + \Delta \omega_o)(z_1(t) - x_1(t)) \\ \dot{z}_2(t) = z_3(t) - 3(\omega_{oin} + \Delta \omega_o)^2(z_1(t) - x_1(t)) - f_k z_2(t)/I_x + U_3/I_x \\ \dot{z}_3(t) = -(\omega_{oin} + \Delta \omega_o)^3(z_1(t) - x_1(t)) \end{cases} \quad (22)$$

$z_1$  估计俯仰角  $\theta$ ,  $z_2$  估计俯仰角速度  $\dot{\theta}$ ,  $z_3$  观测俯仰通道总扰动, 将观测器带宽设为  $\omega_o = \omega_{oin} + \Delta \omega_o$ ,  $\omega_{oin}$  为根据经验预设值,  $\Delta \omega_o$  是通过模糊控制器得到的观测器参数修正值. 令 LESO 的估计误差为  $\alpha$ , 则估计误差方程为:

$$\dot{\alpha} = \dot{x} - \dot{z} = A_a \alpha + d \quad (23)$$

$$\begin{cases} A_a = \begin{bmatrix} -3\omega_o & 1 & 0 \\ -3\omega_o^2 & 0 & 1 \\ -\omega_o^3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ d = El \end{cases} \quad (24)$$

式中  $l$  为系统总扰动  $f$  的微分, 假设总扰动  $f$  和其微分  $l$  均有界:

$$\begin{cases} |f| \leq \sigma_1 \\ |l| \leq \sigma_2 \end{cases} \quad (25)$$

其中  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  均为正数.

令  $\varepsilon_i = \alpha_i/\omega_o^{i-1}$ ,  $i=1, 2, 3$ , 式(23)可以改写为:

$$\dot{\varepsilon} = \omega_o A_3 \varepsilon + B l/\omega_o^2 \quad (26)$$

其中:

$$\begin{cases} A_3 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B = [0 \ 0 \ 1]^T \end{cases} \quad (27)$$

**定理 1** 在总扰动  $f$  及其微分  $l$  有界的条件下, 存在一个常数  $u_i > 0$  和有限时间  $T > 0$  使得估计误差  $\alpha_i < u_i$ ,

$i=1, 2, 3$  对于  $\forall t \geq T > 0$  的均成立.

**证明** 对式(26)求解可得:

$$\varepsilon(t) = e^{\omega_o A_3 t} \varepsilon(0) + \int_0^t \frac{e^{\omega_o A_3 (t-\tau)} B l}{\omega_o^2} d\tau \quad (28)$$

将  $\zeta(t)$  定义为如下形式:

$$\zeta(t) = \int_0^t \frac{e^{\omega_o A_3 (t-\tau)} B l}{\omega_o^2} d\tau \quad (29)$$

由总扰动的微分  $l$  有界可得:

$$\zeta_i(t) \leq \frac{\sigma_2}{\omega_o^3} \left[ |(A_3^{-1} B)_i| + |(A_3^{-1} e^{\omega_o A_3 t} B)_i| \right] \quad (30)$$

根据式(27)可得:

$$|(A_3^{-1} B)_i| \leq 3 \quad (31)$$

由于  $A_3$  是 Hurwitz 的, 因此存在一个有限时间  $T_1$ , 使得对于任何的  $t \geq T_1$ ,  $i, j=1, 2, 3$  都有下式成立:

$$|[e^{\omega_o A_3 t}]_{ij}| \leq \frac{1}{\omega_o^3} \quad (32)$$

计算可得:

$$|A_3^{-1} e^{\omega_o A_3 t} B_i| \leq \frac{4}{\omega_o^3} \quad (33)$$

根据式(30)~(33)可得:

$$|\zeta_i(t)| \leq \frac{3\sigma_2}{\omega_o^3} + \frac{4\sigma_2}{\omega_o^6} \quad (34)$$

令  $\varepsilon_{sum}(0) = |\varepsilon_1(0)| + |\varepsilon_2(0)| + |\varepsilon_3(0)|$ , 对于所有的  $t \geq T_1$ ,  $i=1, 2, 3$  均有下式成立:

$$|[e^{\omega_o A_3 t} \varepsilon(0)]_i| \leq \frac{\varepsilon_{sum}(0)}{\omega_o^3} \quad (35)$$

根据式(28)可得:

$$|\varepsilon_i(t)| = |[e^{\omega_o A_3 t} \varepsilon(0)]_i| + |\zeta_i(t)| \quad (36)$$

令  $\alpha_{sum}(0) = |\alpha_1(0)| + |\alpha_2(0)| + |\alpha_3(0)|$ , 根据  $\varepsilon_i = \alpha_i/\omega_o^{i-1}$  以及式(34)~(36)可得:

$$|\alpha_i(t)| \leq \left| \frac{\alpha_{sum}(0)}{\omega_o^3} \right| + \frac{3\sigma_2}{\omega_o^{4-i}} + \frac{4\sigma_2}{\omega_o^{7-i}} = \mu_i \quad (37)$$

对于所有的  $t \geq T_1$ ,  $i=1, 2, 3$ , 上式均成立.

在总扰动微分有界的条件下, 俯仰通道的 LESO 的估计误差有界, 且其上界随着观测器带宽  $\omega_o$  单调递减, LESO 是收敛的. 证毕.

**定理 2** 假设 LESO 的估计误差  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\alpha\|_2 = 0$ , 则存在控制器参数  $k_1 > 0$  和  $k_2 > 0$  使得闭环系统跟踪误差趋于 0.

**证明** 令系统跟踪有界输入  $r$ , LESO 的输出为  $z_1$ 、 $z_2$ 、 $z_3$ , 做如下反馈控制:

$$u = \frac{k_1}{b}(r - z_1) + \frac{k_2}{b}(\dot{r} - z_2) + \frac{1}{b}(\ddot{r} - z_3) \quad (38)$$

其中,  $k_1 > 0$ ,  $k_2 > 0$  是控制器参数, 俯仰通道可以描述为如下形式:

$$\ddot{y} = f - z_3 + k_1(r - z_1) + k_2(\dot{r} - z_2) + \ddot{r} \quad (39)$$

令  $r_1=r, r_2=\dot{r}, r_3=\ddot{r}, \gamma_i=r_i-x_i, i=1, 2, 3$ , 则:

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1=\dot{r}_1-\dot{x}_1=r_2-x_2=\gamma_2 \\ \dot{\gamma}_2=\dot{r}_2-\dot{x}_2=r_3-\ddot{y}=-k_1\gamma_1-k_2\gamma_2-k_1\alpha_1-k_2\alpha_2-\alpha_3 \end{cases} \quad (40)$$

其中  $\alpha_i$  是 LESO 的估计误差, 令

$$\boldsymbol{\gamma} = [\gamma_1 \quad \gamma_2]^\top \quad (41)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3]^\top \quad (42)$$

取

$$\begin{cases} \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -k_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & -1 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (43)$$

式(40)可以改写为:

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \mathbf{A}_4 \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{A}_5 \boldsymbol{\alpha} \quad (44)$$

求解式(44)可得:

$$\boldsymbol{\gamma}(t) = e^{\mathbf{A}_4 t} \boldsymbol{\gamma}(0) + \int_0^t e^{\mathbf{A}_4(t-\tau)} \mathbf{A}_5 \boldsymbol{\alpha} d\tau \quad (45)$$

由于

$$|\lambda I_2 - \mathbf{A}_4| = k_1 + k_2 \lambda + \lambda^2 \quad (46)$$

可以选择  $k_1, k_2$  使  $|\lambda I_2 - \mathbf{A}_4| = (\lambda + \lambda_1)(\lambda + \lambda_2)$  成立, 其中  $0 < \lambda_1 < \lambda_2$ , 这样  $\mathbf{A}_4$  具有 2 个互不相同的特征值, 因此可以对角化, 即存在可逆矩阵  $\mathbf{T}$ , 使得  $\mathbf{A}_4 = \mathbf{T} \text{diag}\{-\lambda_1, -\lambda_2\} \mathbf{T}^{-1}$ , 则:

$$e^{\mathbf{A}_4 t} = \mathbf{T} \text{diag}\{e^{-\lambda_1 t}, e^{-\lambda_2 t}\} \mathbf{T}^{-1} \quad (47)$$

对于任意正数  $t > 0$

$$\|e^{\mathbf{A}_4 t}\|_2 \leq \|\mathbf{T}\|_2 \|\mathbf{T}^{-1}\|_2 e^{-\lambda_1 t} = \bar{\beta} e^{-\lambda_1 t} \quad (48)$$

当  $\lambda_i (i=1, 2)$  确定后  $\bar{\beta}$  是一个常数.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e^{\mathbf{A}_4 t}\|_2 = 0 \quad (49)$$

同样的

$$\|e^{\mathbf{A}_4(t-\tau)}\|_2 \leq \bar{\beta} e^{-\lambda_1(t-\tau)}, t > \tau \quad (50)$$

由于 LESO 估计误差  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\alpha}\|_2 = 0$  从而  $\boldsymbol{\alpha}$  的二范数有上界  $\delta$ , 并且对任意指定的  $\eta > 0$  存在正数  $t_0$ , 当  $t > t_0$  时,  $\boldsymbol{\alpha}$  的二范数小于  $\eta$ .

$$\begin{aligned} & \left\| \int_0^t e^{\mathbf{A}_4(t-\tau)} \mathbf{A}_5 \boldsymbol{\alpha} d\tau \right\|_2 \\ &= \left\| \int_0^{t_0} e^{\mathbf{A}_4(t-\tau)} \mathbf{A}_5 \boldsymbol{\alpha} d\tau \right\|_2 + \left\| \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}_4(t-\tau)} \mathbf{A}_5 \boldsymbol{\alpha} d\tau \right\|_2 \\ &\leq \bar{\beta} \|\mathbf{A}_5\|_2 \delta e^{-\lambda_1 t} \int_0^{t_0} e^{\lambda_1 \tau} d\tau + \bar{\beta} \|\mathbf{A}_5\|_2 \delta e^{-\lambda_1 t} \int_{t_0}^t e^{\lambda_1 \tau} d\tau \\ &= \bar{\beta} \|\mathbf{A}_5\|_2 \delta \int_0^{t_0} e^{\lambda_1 \tau} d\tau e^{-\lambda_1 t} + \bar{\beta} \|\mathbf{A}_5\|_2 e^{-\lambda_1 t} \frac{e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_1 t_0}}{\lambda_1} \eta \\ &\leq M_1 e^{-\lambda_1 t} + \frac{\bar{\beta} \|\mathbf{A}_5\|_2}{\lambda_1} \eta = M_1 e^{-\lambda_1 t} + M_2 \eta \end{aligned} \quad (51)$$

其中:

$$M_1 = \bar{\beta} \|\mathbf{A}_5\|_2 \delta \int_0^{t_0} e^{\lambda_1 \tau} d\tau, \quad M_2 = \frac{\bar{\beta} \|\mathbf{A}_5\|_2}{\lambda_1} \quad (52)$$

上式中,  $M_1, M_2$  均为常数, 由  $e^{-\lambda_1 t} \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$  及  $\eta$  的任意性可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left\| \int_0^t e^{\mathbf{A}_4(t-\tau)} \mathbf{A}_5 \boldsymbol{\alpha} d\tau \right\|_2 = 0 \quad (53)$$

综合式(49)及式(53)可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\boldsymbol{\gamma}\|_2 = 0 \quad (54)$$

在总扰动  $f$  及其微分  $l$  有界的情况下, 存在 LESO 及控制器参数  $k_1 > 0, k_2 > 0$ , 使闭环系统的跟踪误差有界, 从而对于有界输入  $r$ , 闭环系统的输出是有界的, 即闭环系统是 BIBO 稳定的. 证毕.

## 5 仿真分析

基于 MATLAB/Simulink 进行仿真试验, 对期望信号的跟踪精度以及抗干扰能力是评价控制器的重要指标. 仿真中选取的四旋翼无人机模型参数如表 4 所示.

表 4 四旋翼无人机模型参数

参数	数值
$f_k$	0.012 Ns <sup>2</sup> /rad <sup>2</sup>
$m$	1.5 kg
$I_x$	0.017 45 kg·m <sup>2</sup>
$I_y$	0.017 45 kg·m <sup>2</sup>
$I_z$	0.031 75 kg·m <sup>2</sup>
$g$	9.8 m/s <sup>2</sup>

为了验证所提出的控制方法的有效性, 本文对 Fuzzy-LADRC 与 FLADRC 和 LADRC 进行了对比分析, 其中 FLADRC 为改进前的模糊线性自抗扰, 本文提出的控制策略为 Fuzzy-LADRC.

### 5.1 无扰动下跟踪阶跃信号

在无外界干扰情况下, 给定期望位置  $x, y, z$  固定幅值为 2 的阶跃信号, 给定期望偏航角固定幅值为  $\pi/3$  的阶跃信号. 模拟试验中使用的四旋翼无人机的初始水平位置和高度为  $(0, 0, 0)$ , 三个初始姿态角为  $(0, 0, 0)$ . 跟踪阶跃信号的仿真结果如图 4 和图 5 所示.

根据图 4 可知, 与 FLADRC 和 LADRC 相比, Fuzzy-LADRC 响应更快且无超调. 图 5 表明在姿态解算后, 实际的俯仰角、滚转角能较好地跟踪期望俯仰及滚转信号. 为了便于分析, 将其上升时间  $t_r$  统计至表 5 中. 在四旋翼无人机外环位置控制中, Fuzzy-LADRC 相较于 FLADRC 上升时间减少了 1%~5%, 相较于 LADRC 上升时间减少了 12%~14%. 偏航角下 Fuzzy-LADRC 相较于 FLADRC 上升时间减少了 8%, 相较于 LADRC 上升时间减少了 24%, 因此, 本文提出的改进 LESO 模糊线性自

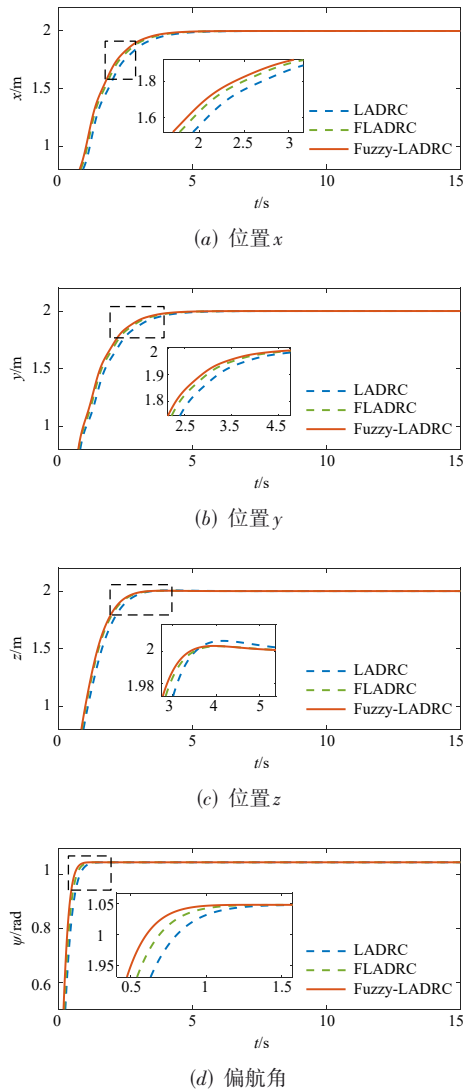


图4 位置及偏航角阶跃信号跟踪曲线

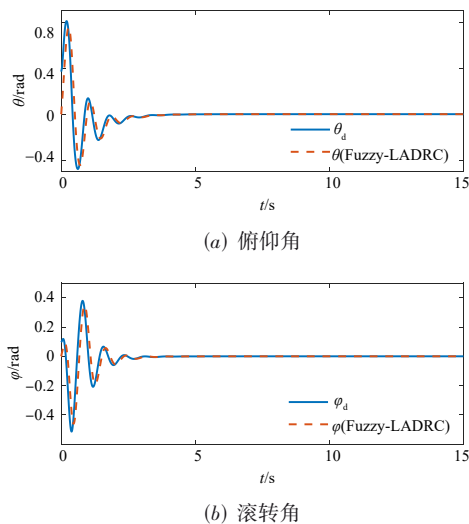


图5 俯仰角及滚转角姿态解算跟踪曲线

表5 上升时间

控制策略	$t_r$			
	$x$	$y$	$z$	$\psi$
LADRC	2.314	2.103	1.672	0.564
FLADRC	2.103	1.883	1.476	0.463
Fuzzy-LADRC	2.002	1.815	1.456	0.426

抗扰控制策略对阶跃信号具有良好的跟踪性能。

### 5.2 阵风扰动下定点飞行

四旋翼无人机在飞行过程中不仅会受到内部通道耦合的影响,还会受到外来干扰的影响,引入阵风扰动作为无人机的外来干扰,通过定点飞行实验验证所设计的控制器的鲁棒性和有效性,无人机定点飞行轨迹如表6所示,阵风扰动如表7所示。

表6 定点悬停轨迹

期望信号	期望值	时间
$x_d, y_d, z_d$	(1.5, 1.5, 1.5) m	0 s
	(1.0, 1.5, 1.5) m	10 s
	(1.0, 1.0, 1.5) m	20 s
	(1.5, 1.0, 1.5) m	25 s
	(1.5, 1.5, 1.5) m	35 s
	(1.5, 1.5, 1.0) m	40 s
$\theta_d, \phi_d, \psi_d$	(0.0, 0.0, $\pi/4$ ) rad	0 s
	(0.0, 0.0, 0.0) rad	40 s

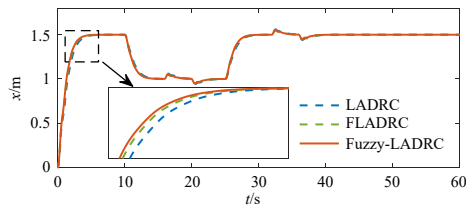
表7 阵风扰动

扰动信号	风扰幅值	时间
$D_x$	1.0	16~20 s
	1.2	32~36 s
$D_y$	1.0	9~13 s
	1.2	28~32 s
$D_z$	1.0	13~17 s
	1.2	24~28 s

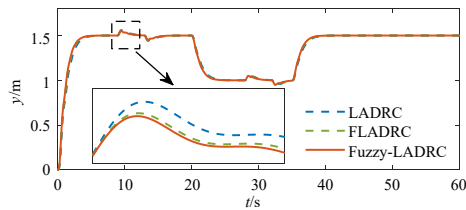
根据图6和图7可知,在有风扰的情况下, Fuzzy-LADRC对于扰动的抑制能力优于FLADRC和LADRC,且Fuzzy-LADRC的动态响应能力是在三种控制方法中最优的,能够成功地跟踪姿态解算后期望的俯仰和滚转信号。

为了便于分析,使用控制能量  $Eu = \int_0^T u^2 dt$  和时间加权积分绝对误差  $ITAE = \int_0^T |e| dt$  作为控制器评价指标,本文所提控制策略的控制信号如图8所示。

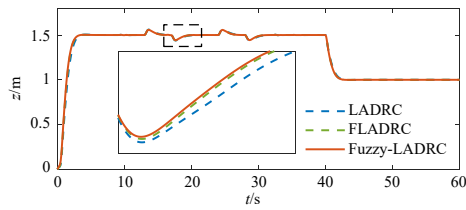
根据表8和表9可得,在四旋翼无人机定点飞行过程中, Fuzzy-LADRC控制能量小于FLADRC小于LADRC,且时间加权积分绝对误差是三种控制方法中最小的,在有阵风干扰的情况下,本文提出的控制策略跟踪指定点误差较小,且具有最优的响应速度,因此该方案具有良好动态响应能力和鲁棒性。



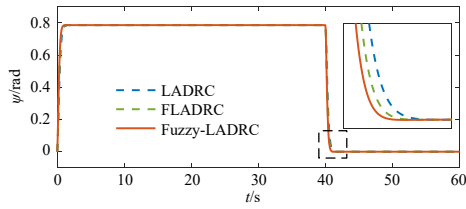
(a) 位置  $x$



(b) 位置  $y$

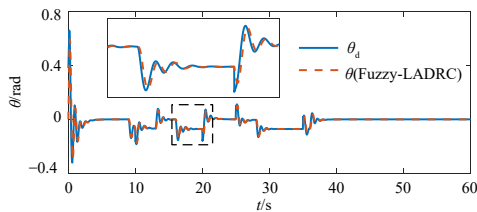


(c) 位置  $z$

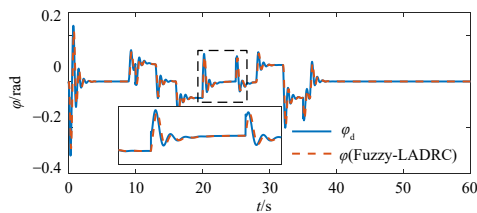


(d) 偏航角

图6 位置及偏航角定点飞行跟踪曲线



(a) 俯仰角



(b) 滚转角

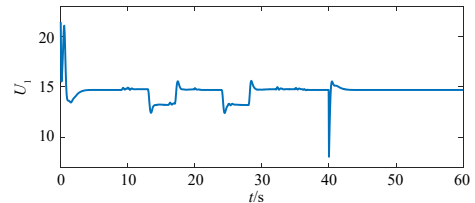
图7 定点飞行俯仰角及滚转角姿态解算跟踪曲线

表8 控制能量

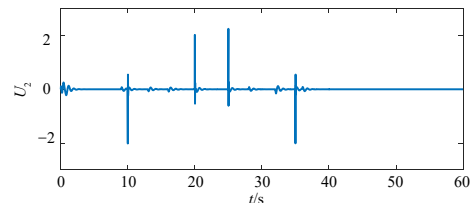
控制策略	Eu			
	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$
LADRC	127 40.9	0.355 8	0.498 2	0.378 2
FLADRC	127 21.1	0.316 4	0.464 0	0.332 9
Fuzzy-LADRC	127 15.2	0.295 2	0.449 4	0.318 2

表9 时间加权积分绝对误差

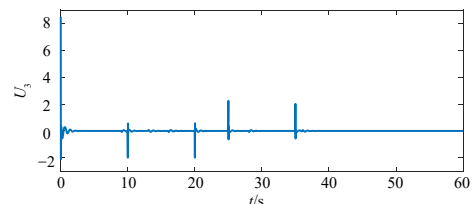
控制策略	ITAE			
	$x$	$y$	$z$	$\psi$
LADRC	38.935 3	40.009 0	27.210 0	10.603 6
FLADRC	34.519 2	35.007 8	25.100 0	9.073 6
Fuzzy-LADRC	32.883 0	33.050 8	24.395 2	7.930 3



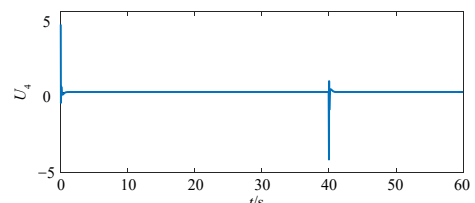
(a) 控制信号  $U_1$



(b) 控制信号  $U_2$



(c) 控制信号  $U_3$



(d) 控制信号  $U_4$

图8 Fuzzy-LADRC 定点飞行控制信号

## 6 结论

针对四旋翼无人机控制中参数调节复杂以及对抗干扰能力日益提高的需求,本文提出了一种 Fuzzy-LADRC 控制策略,简化了 LADRC 的参数调整过程. 为保证系统具有更好的鲁棒性,优化了控制结构,并通过 Levant 跟踪微分器提取系统输出的微分信号,使模糊控制器能更快地调整观测器带宽,从而提高了 LESO 对扰动估计的准确性. 实验结果表明,该控制策略能够保证四旋翼无人机对期望信号跟踪的准确性及稳定性,成功地改善了四旋翼无人机系统的暂态和稳态性能. 基于本文的工作,未来将进一步优化 LESO 参数的调整过程,研究和设计带宽自适应律以提高 LESO 的估计性能.

### 参考文献

- [1] 陈柯宇, 杨健, 张蕴霖, 等. 基于数字信息素的无人机集群频谱监视控制算法[J]. 电子学报, 2023, 51(6): 1541-1551.  
CHEN K Y, YANG J, ZHANG Y L, et al. A digital phenomenon based UAV cluster control algorithm for spectrum monitoring[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(6): 1541-1551. (in Chinese)
- [2] KARAHAN M, KASNAKOGLU C, AKAY A N. Robust backstepping control of a quadrotor UAV under pink noise and sinusoidal disturbance[J]. Studies in Informatics and Control, 2023, 32(2): 15-24.
- [3] SHAO S K, ZHAO Y J, WU X J. Robust fixed-time formation control for quadrotor unmanned aerial vehicles with directed topology[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2022, 44(2): 324-338.
- [4] NEDJATI A, VIZVARI B, IZBIRAK G. Post-earthquake response by small UAV helicopters[J]. Natural Hazards, 2016, 80(3): 1669-1688.
- [5] 范云生, 陈欣宇, 赵永生, 等. 基于扩张状态观测器的四旋翼吊挂飞行系统非线性控制[J]. 自动化学报, 2023, 49(8): 1758-1770.  
FAN Y S, CHEN X Y, ZHAO Y S, et al. Nonlinear control of quadrotor suspension system based on extended state observer[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(8): 1758-1770. (in Chinese)
- [6] SHAO S Y, CHEN M, HOU J, et al. Event-triggered-based discrete-time neural control for a quadrotor UAV using disturbance observer[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2021, 26(2): 689-699.
- [7] ZHOU L R, PLJONKIN A, SINGH P K. Modeling and PID control of quadrotor UAV based on machine learning[J]. Journal of Intelligent Systems, 2022, 31(1): 1112-1122.
- [8] YANG S, XI L P, HAO J X, et al. Aerodynamic-parameter identification and attitude control of quad-rotor model with CIFER and adaptive LADRC[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2021, 34(1): 1.
- [9] KOKSAL N, AN H, FIDAN B. Backstepping-based adaptive control of a quadrotor UAV with guaranteed tracking performance[J]. ISA Transactions, 2020, 105: 98-110.
- [10] WANG Z J, ZHAO T. Based on robust sliding mode and linear active disturbance rejection control for attitude of quadrotor load UAV[J]. Nonlinear Dynamics, 2022, 108(4): 3485-3503.
- [11] CARDOSO D N, ESTEBAN S, RAFFO G V. A new robust adaptive mixing control for trajectory tracking with improved forward flight of a tilt-rotor UAV[J]. ISA Transactions, 2021, 110: 86-104.
- [12] XU Q Z, WANG Z S, ZHEN Z Y. Adaptive neural network finite time control for quadrotor UAV with unknown input saturation[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 98(3): 1973-1998.
- [13] SHU P F, LI F, ZHAO J J, et al. Robust adaptive control for a novel fully-actuated octocopter UAV with wind disturbance[J]. Journal of Intelligent & Robotic Systems, 2021, 103(1): 6.
- [14] LI J J, LI R, SHI Y G, et al. Robust fault tolerant control based on LADRC for the quadrotor[J]. Pacific Journal of optimization, 2020, 16(1): 19-37.
- [15] WEI W, DUAN B W, ZHANG W C, et al. Active disturbance rejection control for nanopositioning: A robust U-model approach[J]. ISA Transactions, 2022, 128(Pt B): 599-610.
- [16] 张磊, 鲁凯, 高春侠, 等. 基于变增益自抗扰技术的机器人轨迹跟踪控制方法[J]. 电子学报, 2022, 50(1): 89-97.  
ZHANG L, LU K, GAO C X, et al. Path tracking control method of robot based on time-varying gain active disturbance rejection control[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(1): 89-97. (in Chinese)
- [17] WANG Z J, ZHAO T. Adaptive-based linear active disturbance rejection attitude control for quadrotor with external disturbances[J]. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 2022, 44(2): 286-298.
- [18] SONG J, HU Y L, SU J C, et al. Fractional-order linear active disturbance rejection control design and optimization based improved sparrow search algorithm for quadrotor UAV with system uncertainties and external disturbance[J]. Drones, 2022, 6(9): 229.
- [19] WANG S B, CHEN J, HE X K. An adaptive composite dis-

- turbance rejection for attitude control of the agricultural quadrotor UAV[J]. ISA Transactions, 2022, 129: 564-579.
- [20] ZHAO Y T, HUANG Y, GAO Z Q. On tuning of ADRC with competing design indices: A quantitative study[J]. Control Theory and Technology, 2023, 21(1): 16-33.
- [21] SUN C H, LIU M Q, LIU C A, et al. An industrial quadrotor UAV control method based on fuzzy adaptive linear active disturbance rejection control[J]. Electronics, 2021, 10(4): 376.
- [22] NAJM A A, IBRAHEEM I K. Altitude and attitude stabilization of UAV quadrotor system using improved active disturbance rejection control[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2020, 45(3): 1985-1999.
- [23] WEI W, ZHANG Z Y, ZUO M. Phase leading active disturbance rejection control for a nanopositioning stage[J]. ISA Transactions, 2021, 116: 218-231.
- [24] 韩文杰, 谭文. 基于PID参数整定的线性自抗扰控制参数整定[J]. 控制与决策, 2021, 36(7): 1592-1600.  
HAN W J, TAN W. Tuning of linear active disturbance rejection controllers based on PID tuning rules[J]. Control and Decision, 2021, 36(7): 1592-1600. (in Chinese)
- [25] CAIZH, WANGZX, ZHAOJ, et al. Equivalence of LADRC and INDI controllers for improvement of LADRC in practical applications[J]. ISA Transactions, 2022, 126: 562-573.
- [26] WEI W, CHEN N, ZHANG Z Y, et al. A scalable-bandwidth extended state observer-based adaptive sliding-mode control for the dissolved oxygen in a wastewater treatment process[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022, 52(12): 13448-13457.
- [27] 苏芷玄, 杨杰, 彭月, 等. 单点混合磁悬浮系统的自抗扰控制仿真研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2022, 19(4): 864-873.  
SU Z X, YANG J, PENG Y, et al. Simulating active disturbance-resistant control of single-point hybrid magnetic suspension system[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2022, 19(4): 864-873. (in Chinese)
- [28] WANG Y F, ZHAO J Y, WANG H, et al. Output feedback control for the driving cylinder of hydraulic support with error constraint[J]. Journal of Vibration and Control, 2023, 29(13/14): 3126-3136.
- [29] 李双明, 关欣, 王海滨. 参数自适应的析取云模糊置信规则识别方法[J]. 电子学报, 2022, 50(2): 396-403.  
LI S M, GUAN X, WANG H B. Disjunctive cloud fuzzy belief rules for recognition with adaptive parameters[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(2): 396-403. (in Chinese)
- [30] TOUIL S, BEKAKRA Y, ATTOUS D BEN. Influence of

Fuzzy Power System Stabilizer using Different Membership Functions for Single and Multi-machine[J]. Journal of Control, Automation and Electrical Systems, 2021, 32(5): 1269-1278.

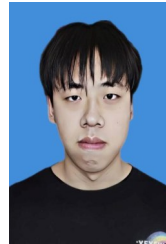
#### 作者简介



**李壮举** 男, 1975年生于河南南阳. 工学博士. 研究方向为多变量系统解耦控制、复杂系统的控制研究、机器人技术研究.  
E-mail: lizhuangju@bucea.edu.cn



**杜朋达** 男, 1998年1月出生于河北保定. 硕士研究生. 研究方向为复杂系统的控制研究、无人机技术研究.  
E-mail: 1339496421@qq.com



**王宁** 男, 1998年12月出生于山西太原. 硕士研究生. 研究方向为非线性系统理论、自抗扰控制研究.  
E-mail: 912395151@qq.com